

第3章 彈性與 彈性之應用

第一節 彈性

■ 一、彈性的意義

- ✓ 設兩變數之關係可用 $X=f(Y)$ 函數來表示，則**彈性** (elasticity) 定義為 Y 變動1% 時， X 變數的百分比。即：

$$E = \frac{\Delta X / X}{\Delta Y / Y} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} \times \frac{Y}{X} = \frac{X \text{ 變動百分比}}{Y \text{ 變動百分比}} \quad (3-1)$$

- ✓ 彈性主要在描述兩變數之間的敏感度，彈性愈大表示兩變數彼此影響程度愈大。

■ 二、彈性的組成因素

根據(3-1)式，彈性的組成因素有二：

- 1.斜率的倒數($\Delta X/\Delta Y$)
- 2.測量位置 (Y/X)

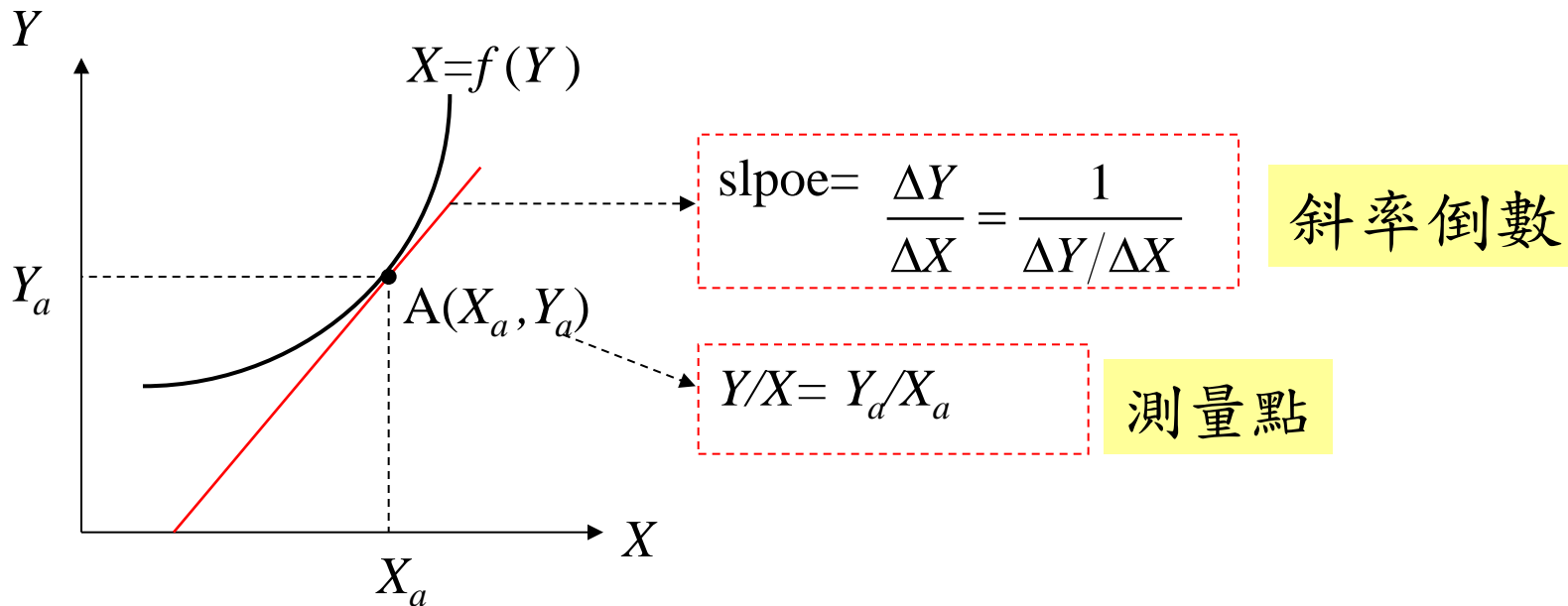


圖3-1 彈性的組成因素

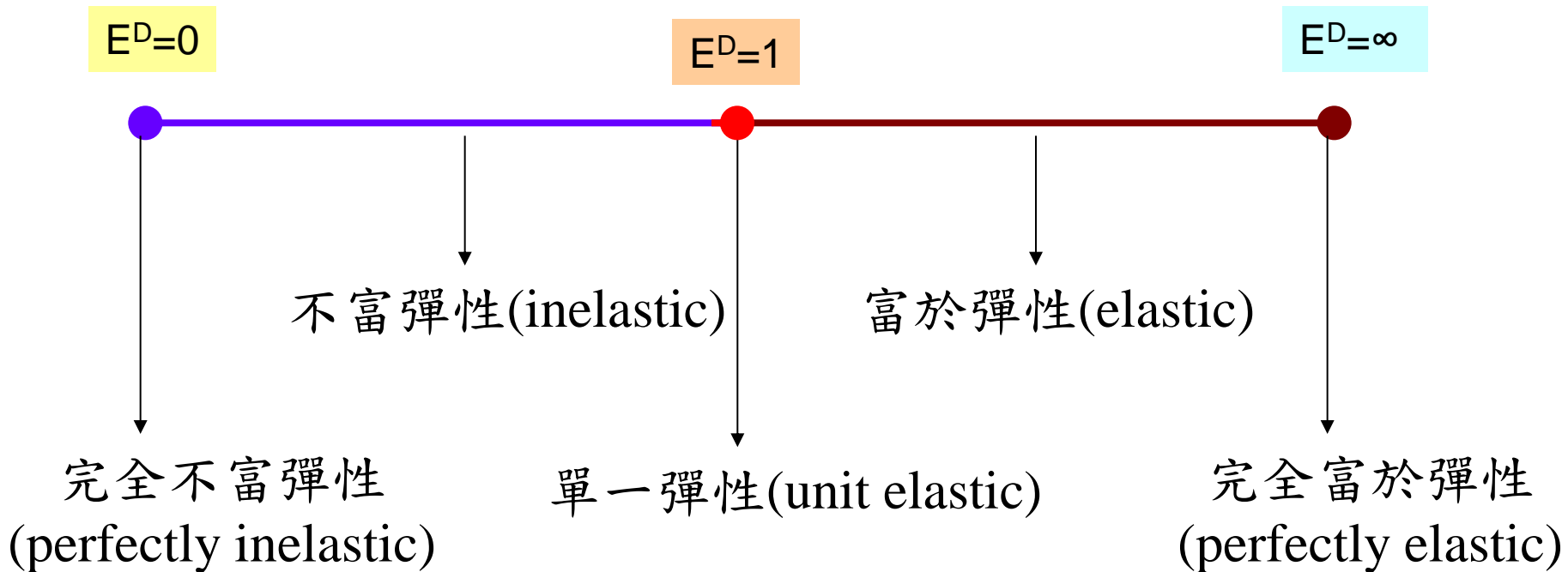
第二節 需求價格彈性的意義 與測度方式

■ 一、需求的價格彈性之意義

需求的價格彈性(price elasticity of demand, E^D)係指其他情形不變下，本身價格變動1%，需求量變動的百分比。即：

$$\begin{aligned}
 E_X^D &= -\frac{\Delta Q_x^D / Q_X^D}{\Delta P_X / P_X} = -\frac{\Delta Q_x^D}{\Delta P_X} \times \frac{P_X}{Q_X^D} \\
 &= -\frac{X財需求量變動百分比}{P_X 變動百分比} > 0 \qquad (3-3)
 \end{aligned}$$

■ 二、需求彈性的術語

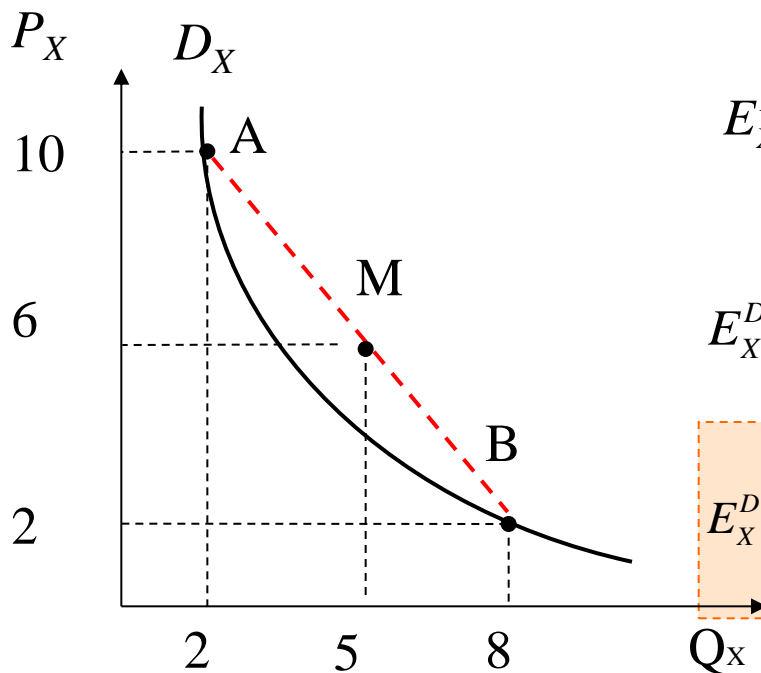


■ 三、需求彈性的衡量方式

需求彈性的衡量方式有二：

■ 1. 弧彈性

利用中點來當做測量點所求出的彈性，稱為
弧彈性(arc elasticity)。



$$E_X^D(A \rightarrow B) = -\frac{\Delta Q_X^D}{\Delta P_X} \times \frac{P_X(A)}{Q_X^D(A)} = -\frac{(8-2)}{(2-10)} \times \frac{10}{2} = 3.75$$

$$E_X^D(B \rightarrow A) = -\frac{\Delta Q_X^D}{\Delta P_X} \times \frac{P_X(B)}{Q_X^D(B)} = -\frac{(8-2)}{(2-10)} \times \frac{2}{8} = 0.1875$$

$$E_X^D(M) = -\frac{\Delta Q_X^D}{\Delta P_X} \times \frac{[P_X(A) + P_X(B)]/2}{[Q_X^D(A) + Q_X^D(B)]/2} = -\frac{(8-2)}{(2-10)} \times \frac{6}{5} = 0.9$$

弧彈性

圖3-2(a)弧彈性

■ 2.點彈性

- ✓ 由弧彈性的分析可以看出，造成圖 3-2(a)中 A、B 兩點求彈性估算差異的因素，不在於 $\Delta Q_X/\Delta P_X$ ，而在於測量點 P_X/Q_X 比值的差異。
- ✓ 當價格變動為小時，我們便可以任取一點當做測量點來計算彈性（如圖 3-2(b)的 A 點或 E 點），這便是點彈性 (point elasticity) 的精神。

✓ 點彈性公式

$$\begin{aligned}
 E_X^D &= -\frac{\partial Q_X^D / Q_X^D}{\partial P_X / P_X} = -\frac{\partial Q_X^D}{\partial P_X} \times \frac{P_X}{Q_X^D} \\
 &= -\frac{\partial \ln Q_X^D}{\partial \ln P_X} > 0
 \end{aligned}
 \tag{3-6}$$

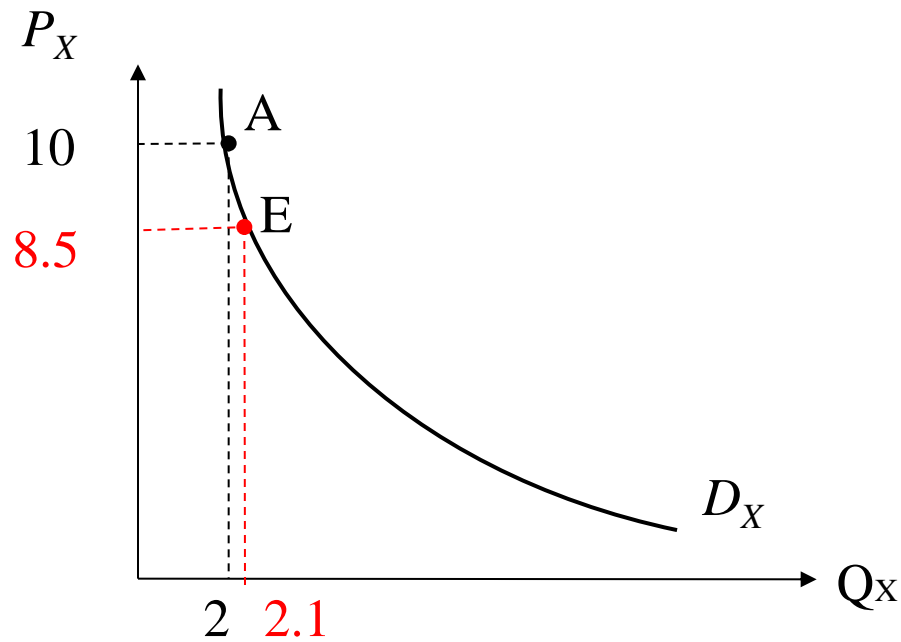


圖3-2(b)點彈性

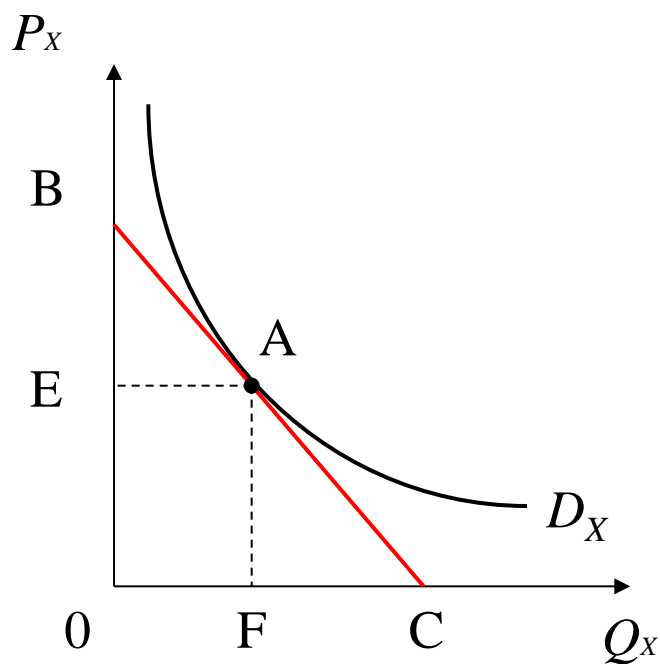
□ 例3-1

若圖 3-2(a)中之價格係以新臺幣計算，如果新臺幣對美元之匯率為30，請問圖中的價格若改以美元計價，則彈性會有何變化？

□ 例3-2

設需求函數為 $Q_X^D = 100 - P_X^2 - P_X$
求價格為5元的需求彈性。

■ 四、需求彈性的幾何分析



$$\begin{aligned}
 E_X^D(A) &= -\frac{\Delta Q_X^D}{\Delta P_X} \times \frac{P_X}{Q_X^D} \\
 &= \frac{\overline{FC}}{\overline{AF}} \times \frac{\overline{AF}}{\overline{OF}} \\
 &= \frac{\overline{FC}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OE}}{\overline{EB}}
 \end{aligned}$$

圖3-3(a)需求彈性的幾何分析：需求曲線

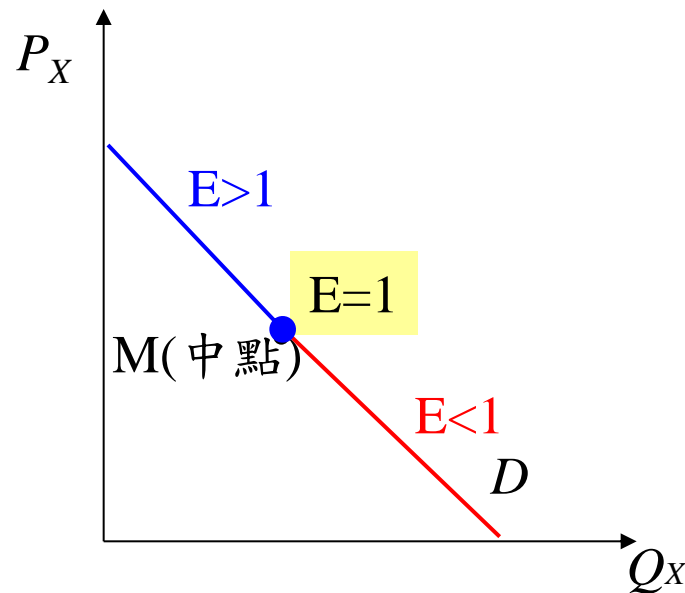


圖3-3(b)需求彈性的幾何分析：需求直線

■ 五、固定需求彈性

需求線上的每一點的需求彈性完全相同稱為
固定需求彈性 (constant demand elasticity)

- 1. 水平的需求線 ($E=\infty$)
- 2. 垂直的需求線 ($E=0$)
- 3. 「 $P^a Q^b = k$ 」的需求函數 ($E=a/b$)

✓ 「 $P^a Q^b = k$ 」需求函數的 $E = a/b$ 的證明：

$$a \ln P + b \ln Q^D = \ln k$$

$$\Rightarrow a d \ln P + b d \ln Q^D = d \ln k = 0$$

$$\Rightarrow E^D = -\frac{d \ln Q^D}{d \ln P} = \frac{a}{b} \quad (3-9)$$

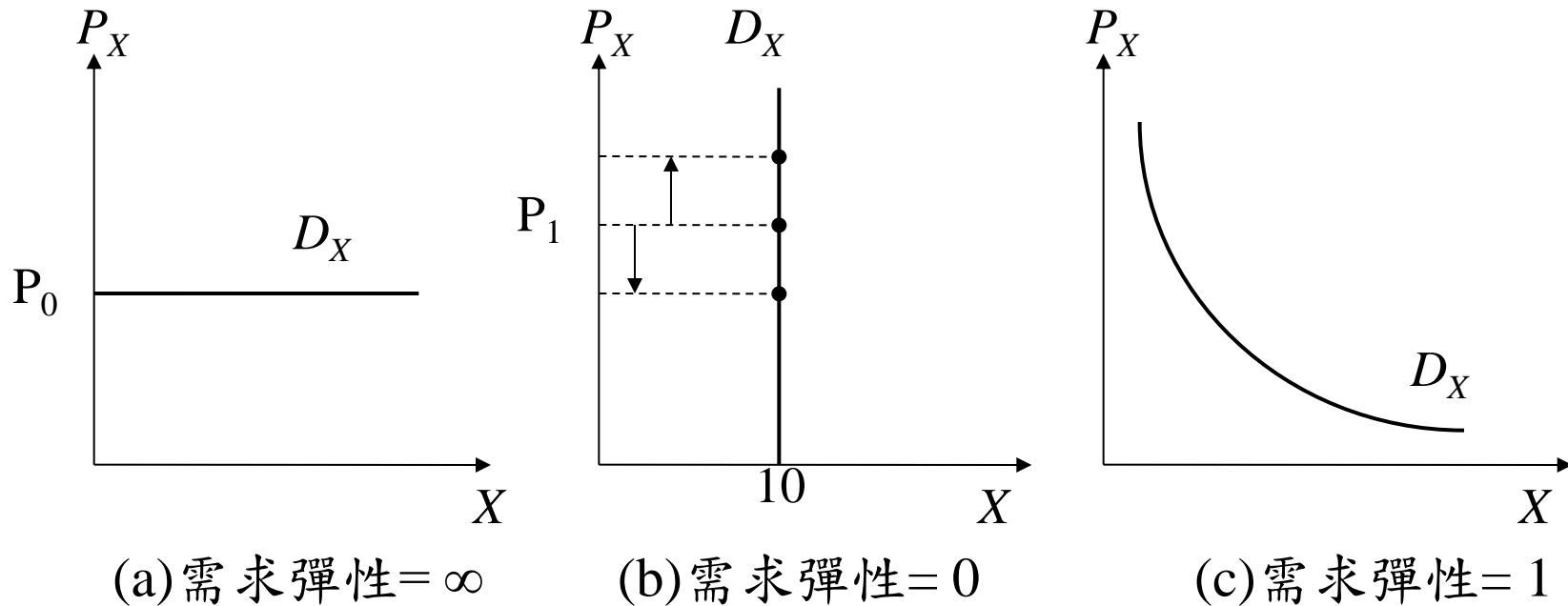


圖3-4 固定需求彈性的釋例

■ 六、影響需求彈性大小的決定因素

■ 1. 消費的替代性

替代品愈多、定義愈窄的財貨，其需求彈性愈大；替代品愈少、定義愈寬的財貨，其需求彈性愈小。

■ 2. 支出占所得的比例

財貨的支出占其所得比例較高時，需求彈性往往較大。

■ 3. 時間的長短

原則上時間愈長，需求彈性愈大。

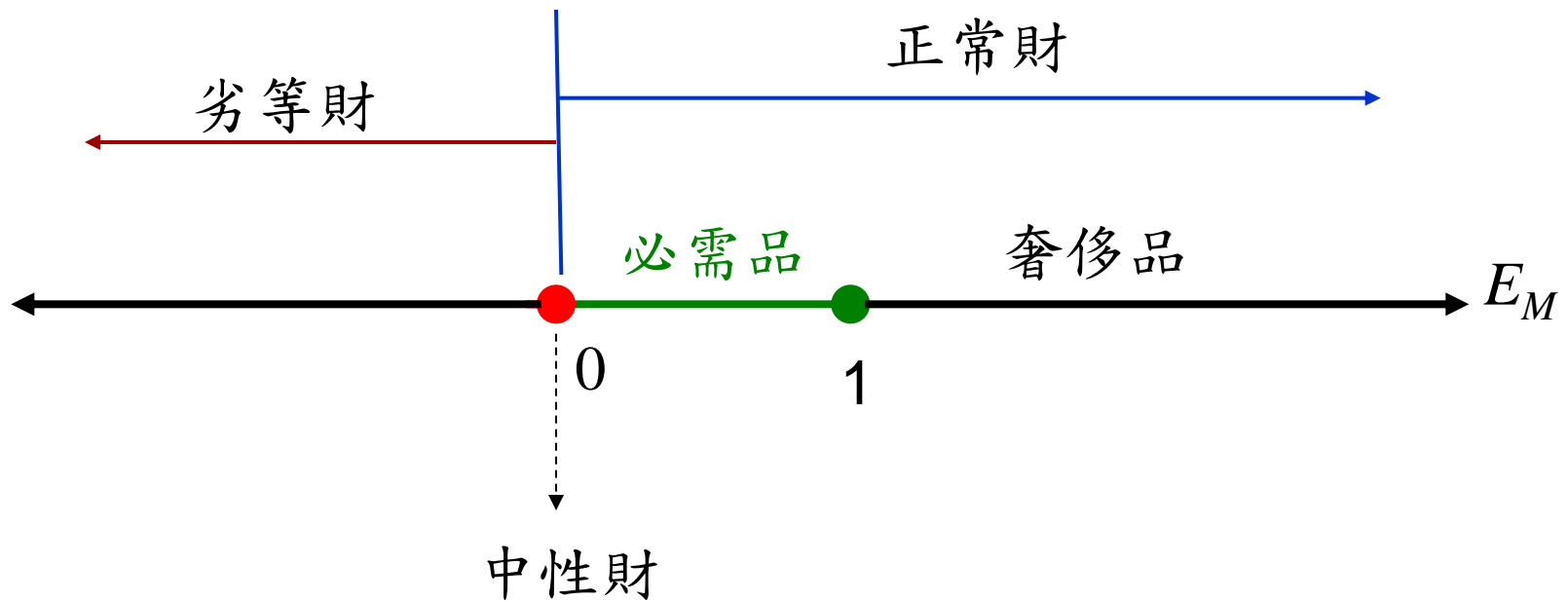
第三節 所得彈性

■ 一、所得彈性的意義

所得彈性(income elasticity, E_M)係指在其他情形不變之下，所得變動 1%，需求量變動的百分比。即：

$$\begin{aligned}
 E_M^X &= \frac{\partial Q_X^D / Q_X^D}{\partial M / M} = \frac{\partial \ln Q_X^D}{\partial \ln M} \\
 &= \frac{\partial Q_X^D}{\partial M} \times \frac{M}{Q_X^D} = \frac{X \text{財需求量變動百分比}}{\text{所得變動百分比}} \quad (3-10)
 \end{aligned}$$

■ 二、所得彈性與財貨之特性



■ 三、Engel法則

隨著所得增加 $x\%$ ，

- ✓ 食物支出增加的百分比小於 $x\%$ ；
- ✓ 衣服與住宅支出約剛好增加 $x\%$ ；
- ✓ 教育、儲蓄、交通、醫療照顧等支出的增加則超過 $x\%$ 。

此一結果稱之為Engel法則(Engel's law)。

第四節 交叉彈性

■ 一、交叉彈性的意義

交叉彈性(cross elasticity, E_{YX})係指其他情形不變之下，某一財貨價格變動 1%，另一種財貨需求量變動的百分比。即：

$$\begin{aligned}
 E_{YX} &= \frac{\partial Q_X^D / Q_X^D}{\partial P_Y / P_Y} = \frac{\partial \ln Q_X^D}{\partial \ln P_Y} \\
 &= \frac{\partial Q_X^D}{\partial P_Y} \times \frac{P_Y}{Q_X^D} = \frac{X \text{財需求量變動百分比}}{Y \text{財價格變動百分比}} \quad (3-12)
 \end{aligned}$$

- 二、交叉彈性與 X 、 Y 財貨之關係
- 1. X 與 Y 財貨為替代財： $E_{YX} > 0$
- 2. X 與 Y 財貨為互補財： $E_{YX} < 0$
- 3. X 與 Y 財貨為獨立財： $E_{YX} = 0$

■ 三、Dupont公司的法律問題與交叉彈性

- ✓ 1950年代Dupont公司的玻璃紙在美國的市占率高達75%，因此遭到了政府部門起訴該公司為獨佔廠商；

- ✓ 高等法院的判決：『如果玻璃紙價格輕微的下降會導致許多原本使用其他包裝紙的顧客轉向使用玻璃紙，這顯示玻璃紙與其他包裝紙之間有高度的交叉彈性。因此這些紙類是在同一格市場中彼此競爭著。』
(*U.S. Reports* 1956,400)。

□ 例3-3

設需求函數為 $Q_X^D = 100 - P_X^2 + P_Y + 0.01M$
，求 $P_X = P_Y = 10$ ， $M = 1000$ 時之需求彈性、交叉彈性與所得彈性，並判斷財貨之關係或特性。

第五節 供給的價格彈性

■ 一、供給彈性的意義

供給的價格彈性（price elasticity of supply, E^S ，簡稱為供給彈性）係指在其他情形不變之下，價格變動 1%，供給量變動的百分比。即：

$$E_X^S = \frac{\partial Q_X^S / Q_X^S}{\partial P_X / P_X} = \frac{\partial \ln Q_X^S}{\partial \ln P_X}$$

$$= \frac{\partial Q_X^S}{\partial P_X} \times \frac{P_X}{Q_X^S} = \frac{X \text{財供給量變動百分比}}{P_X \text{變動百分比}} > 0 \quad (3-13)$$

■ 二、供給彈性的幾何分析

由圖3-6(a)可得：

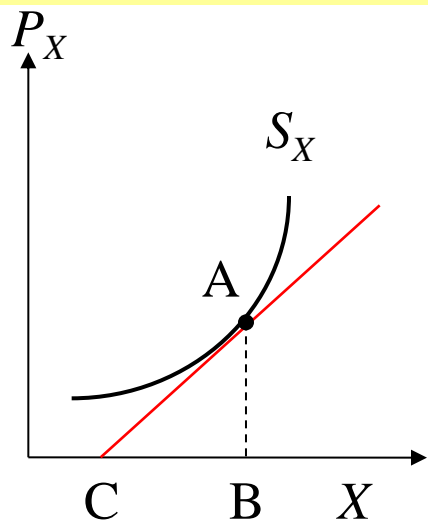
$$E_X^S = \frac{\partial Q_X^S}{\partial P_X} \times \frac{P_X}{Q_X^S} = \frac{1}{\overline{AB/BC}} \times \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}$$

$$= \frac{\overline{BC}}{\overline{OB}}$$

$$= \frac{\text{切線與橫軸交點至測量點數量之距離}}{\text{測量點數量}}$$

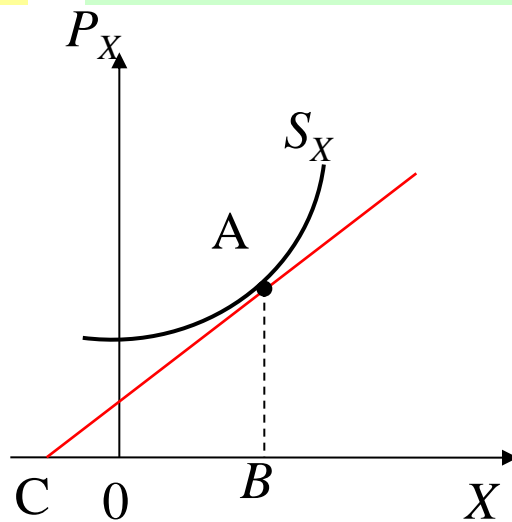
(3-14)

切線先經過橫軸



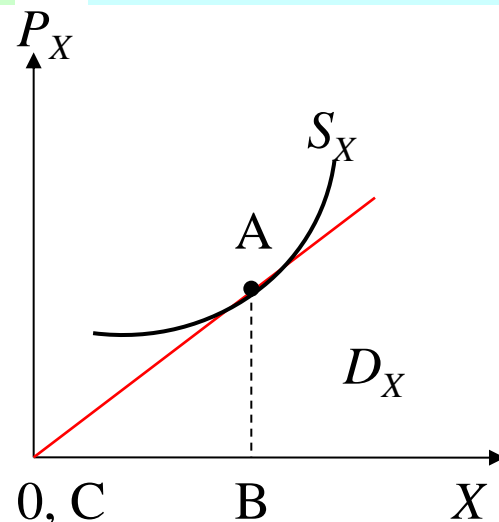
(a) 供給彈性 < 1

切線先經過縱軸



(b) 供給彈性 > 1

切線通過原點



(c) 供給彈性 = 1

圖3-6 供給彈性的幾何分析

■ 三、影響供給彈性大小的決定因素

■ 1. 生產要素的替代性

某產品所雇用之要素具有較多的功能（如土地可用於蘋果、梨子及芭樂），也就是生產上較易移轉、替代性較強的要素，該類產品的供給彈性自然較大。

■ 2. 成本變動的敏感性

成本變動的敏感性愈大，供給彈性愈小。

■ 3. 時間的長短

時間愈長，供給彈性愈大。

□ 例3-4

如果老王對牛肉(X財)的支出占其所得的比例固定為 k ，請問他對牛肉的需求彈性與所得彈性分別為多少？

【觀察室3A】長期彈性果真大於短期彈性嗎？

一般而言，長期彈性多大於短期彈性，但未必恆為真。下面舉兩個反例說明：

- 1. 需求面：耐久財的例子
- ✓ 耐久財(durable goods)可能得到短期需求彈性大於長期需求彈性的結果。
- ✓ Pindyck及Rubinfeld(2013:44)指出機車1年的需求彈性為1.2、3年的需求彈性為0.8、10年的需求彈性只剩下0.4。

● 2. 供給面：再生銅的例子

- ✓ 原生銅(primary copper)的供給彈性一如前面的看法：長期供給彈性較大；但再生銅(secondary copper)的供給彈性，則呈現了短期供給彈性較大的結果。
- ✓ Rubinfeld(2013:46)利用學者Franklin(1972)等研究得到上述的結果，估算原生銅的短期彈性為0.2、長期彈性為1.60；但再生銅的短期彈性為0.43、長期彈性為0.31。

第六節 彈性應用一：價格變動與消費支出

- ✓ 廠商如欲增加銷貨收入，究竟應該採取漲價或降價的策略？
- ✓ 令 $TE = P \times Q^D$ 表消費者對財貨的支出（= 廠商的銷貨收入）。

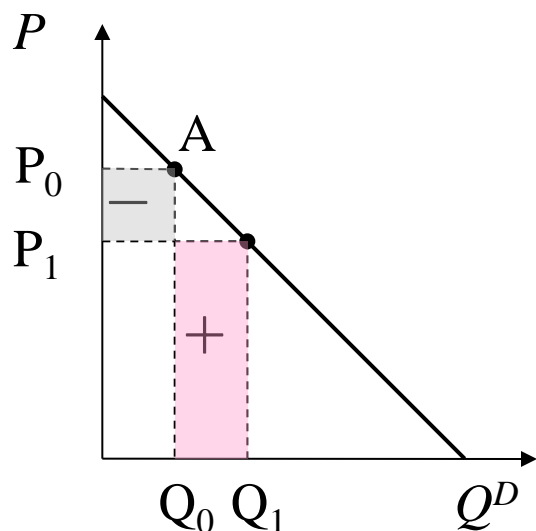
■ 一、數理分析

$$\begin{aligned}
 d \ln TE &= d \ln P + d \ln Q^D \\
 \Rightarrow \frac{d \ln TE}{d \ln P} &= 1 - \left(-\frac{d \ln Q^D}{d \ln P} \right) = 1 - E^D \\
 \Rightarrow \frac{dTE}{dP} &= Q^D (1 - E^D)
 \end{aligned} \tag{3-15}$$

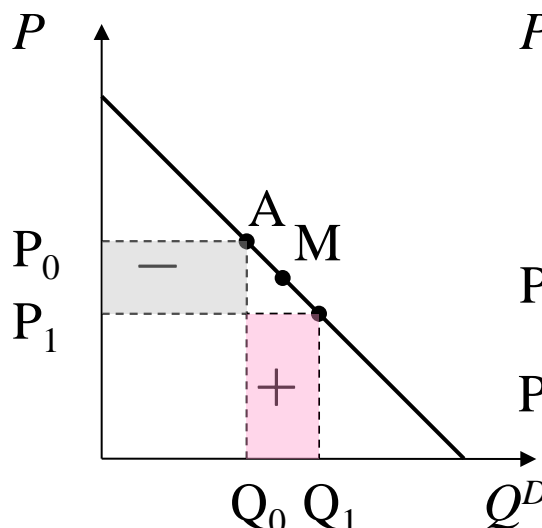
由(3-15)式可得：

- ✓ 需求富於彈性時，價格與總支出反向變化
- ✓ 需求不富彈性時，價格與總支出同向變化
- ✓ 需求彈性等於1時，價格變化不影響總支出。

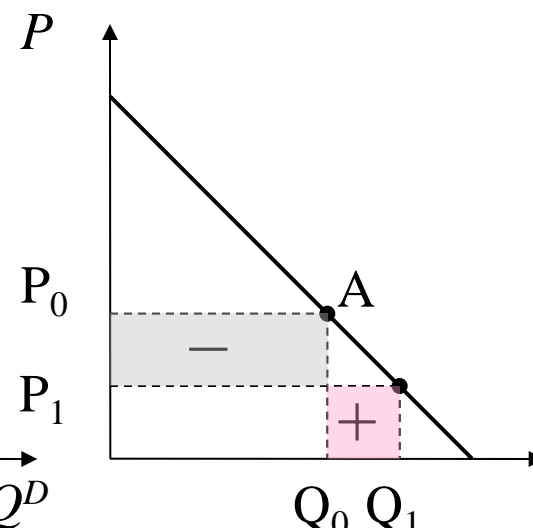
■ 二、圖形分析



(a) $E^D > 1$:
 $P \downarrow$, $TE \uparrow$



(b) $E^D = 1$:
 $P \downarrow$, TE 不變



(c) $E^D < 1$:
 $P \downarrow$, $TE \downarrow$

圖3-7 價格變動與總支出之關係

■ 三、薄利多銷

「薄利多銷」之目的可否達成，由圖3-7中可看出，其取決於商品彈性的大小而定

■ 四、穀賤傷農、穀貴傷民

稻米對中國人而言是主食，替代物很少，所以需求不富彈性。因此穀賤(P 下降)傷農(收入減少)；穀貴(P 上升)傷民(更多支出)。

□ 例3-5

- (a)若某商品之需求函數為 $P^2Q=10$ ，試問薄利能否多銷？
- (b)若某年稻米大豐收，農民所得是否一定會增加？
- (c)能源危機使得汽油價格上升，我國的汽油支出是否會減少？

【觀察室3B】 加強取締大麻還是古柯鹼？

- $E^D(\text{大麻})=0.4$ ， $E^D(\text{古柯鹼})=1$
- 加強取締使得：(1)毒品走私及販賣成本提高；(2)毒品黑市價格上升
- $E^D(\text{大麻})<1$ ，故大麻價格上升使得毒販收入增加，可能會超過成本上升的部分，因此利潤未必會減少，因此取締大麻未必會使販毒意願降低。
- 讀者請試著分析取締古柯鹼的結果。

第七節 彈性應用二：租稅轉嫁

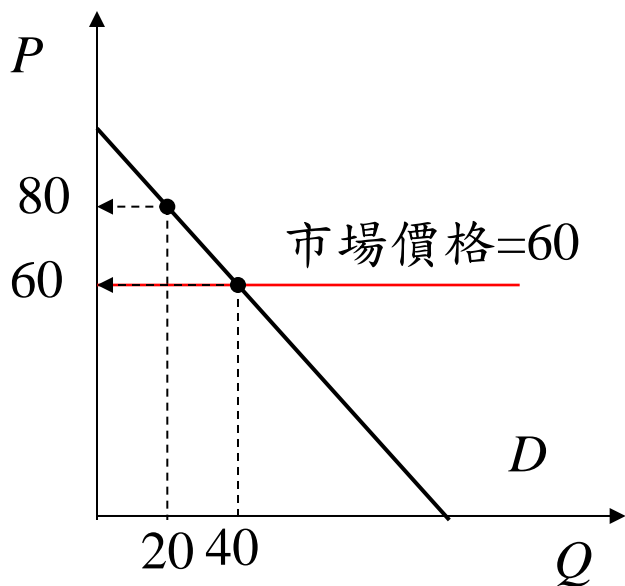
政府基於許多原因，往往對財貨的交易會予以課稅，廠商一定希望這些租稅轉嫁給消費者來負擔，而消費者則希望稅賦由廠商自行吸收，究竟誰的期望得以實現？這便是本節探討的課題：租稅轉嫁。

■ 一、需求價格與租稅對需求曲線的影響

■ 1. 需求價格的意義

需求價格(demand price)係指消費者面對特定單位的財貨消費，他所願意支付的最高金額。

* 需求價格、供給價格將於往後各章做更嚴謹的說明。

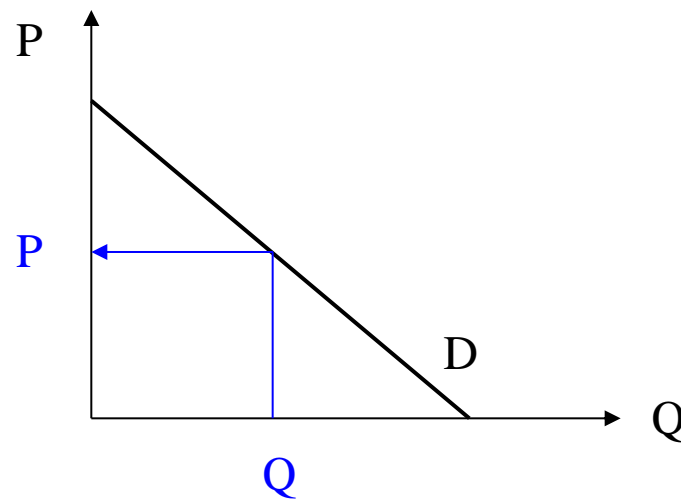
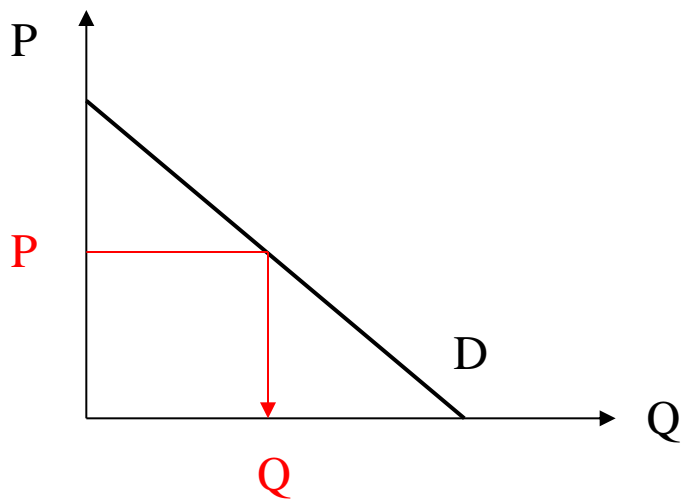


- $Q^D=100-P$ ，當價格為60元時，消費者的需求量為40單位。
- 需求函數改寫為 $P=100-Q^D$ ，則需求價格的概念則為：
 - 第40單位的汽油消費者最多願意付60元；
 - 第20單位的汽油消費者最多願意付80元。

圖3-8(a)需求價格

需求曲線可讀為：

- ✓ 市場價格P元，消費者願意買 Q^D 單位財貨；
- ✓ 「第」 Q^D 單位的財貨，消費者最多願意付P元(需求價格)。



■ 2. 租稅對需求曲線的影響

政府對於每單位汽油的交易課徵30元的銷售稅，且由消費者繳付此銷售稅。以 $P=100-Q$ 為例說明：

- ✓ 第40單位汽油為例，消費者原本最多願意支付60元，而現在消費這單位汽油還得繳付30元的稅，因此第40單位的汽油消費者最多只願意付30元。

- ✓ 由圖3-8(b)中稅後的汽油需求曲線 (D_τ) 會是將稅前的汽油需求曲線 (D) 平行下移30單位。如以數學來看， D_τ 曲線的方程式為：

$$\begin{aligned}
 P(\tau) = P - \tau &\Rightarrow P(\tau = 30) = P - 30 \\
 &= 100 - Q^D - 30 \\
 &= 70 - Q^D \qquad (3-16)
 \end{aligned}$$

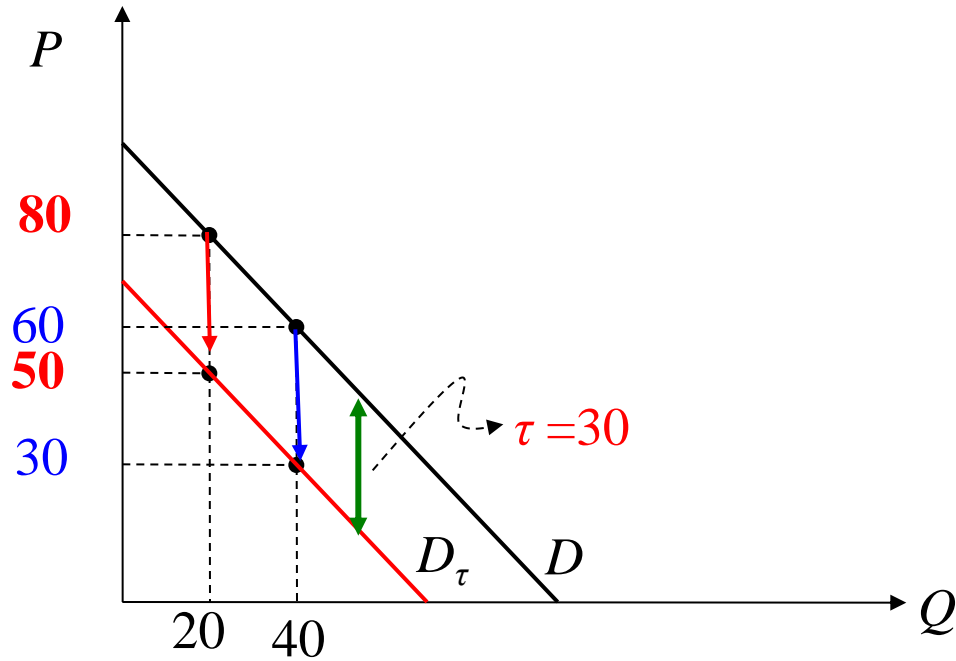


圖3-8(b)對消費者課稅，需求曲線平行下移

■ 二、供給價格與租稅對供給曲線的影響

■ 1. 供給價格

供給價格(supply price)係指生產者面對特定單位的財貨供給，至少要求的售價。

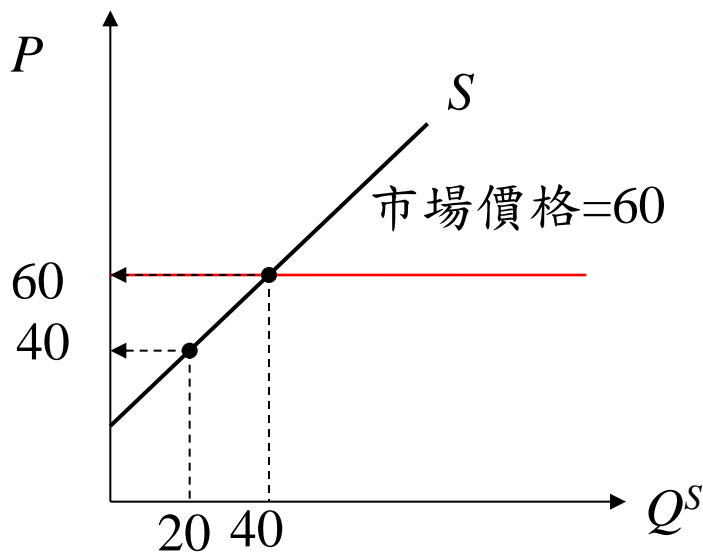
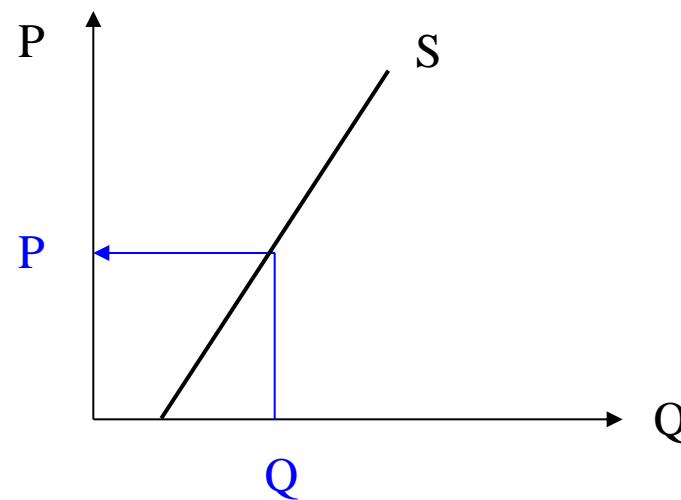
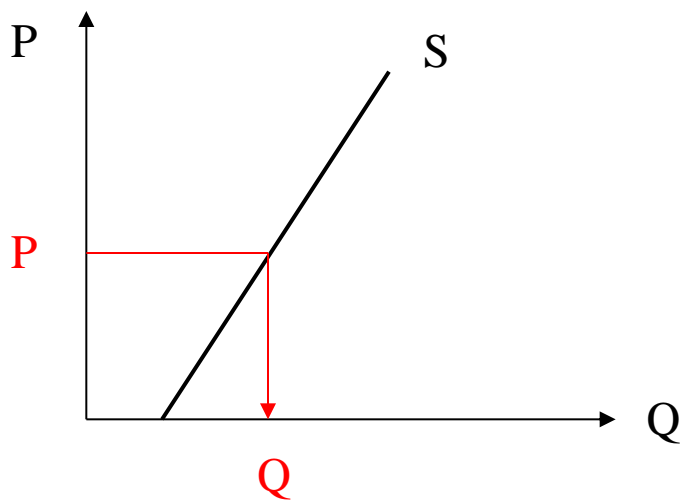


圖3-9(a)供給價格

- $Q^S=P-20$ ，當價格為60元時，生產者的供給量為40單位。
- 供給函數改寫為 $P=20+Q^S$ ，則供給價格的概念則為：
 - 第40單位的汽油生產者至少要賣60元；
 - 第20單位的汽油生產者至少要賣40元。

供給曲線可讀為：

- ✓ 市場價格為P元，生產者供給 Q^S 單位財貨；
- ✓ 「第」 Q^S 單位的財貨，生產者至少要賣P元（供給價格）。



■ 2. 租稅對供給曲線的影響

政府對於每單位汽油的交易課徵30元的銷售稅，且由生產者繳付此銷售稅。以 $P=20+Q$ 為例說明：

- ✓ 第40單位汽油為例，生產者原本至少要賣60元，而現在銷售這單位汽油還得繳付30元的稅，因此第40單位的汽油生產者至少要賣90元。

- ✓ 由圖3-9(b)中稅後的汽油供給曲線 (S_τ) 會是將稅前的汽油供給曲線 (S) 平行上移30單位。如以數學來看， S_τ 曲線的方程式為：

$$\begin{aligned}
 P(\tau) = P + \tau &\Rightarrow P(\tau = 30) = P + 30 \\
 &= 20 + Q^S + 30 \\
 &= 50 + Q^D \qquad (3-17)
 \end{aligned}$$

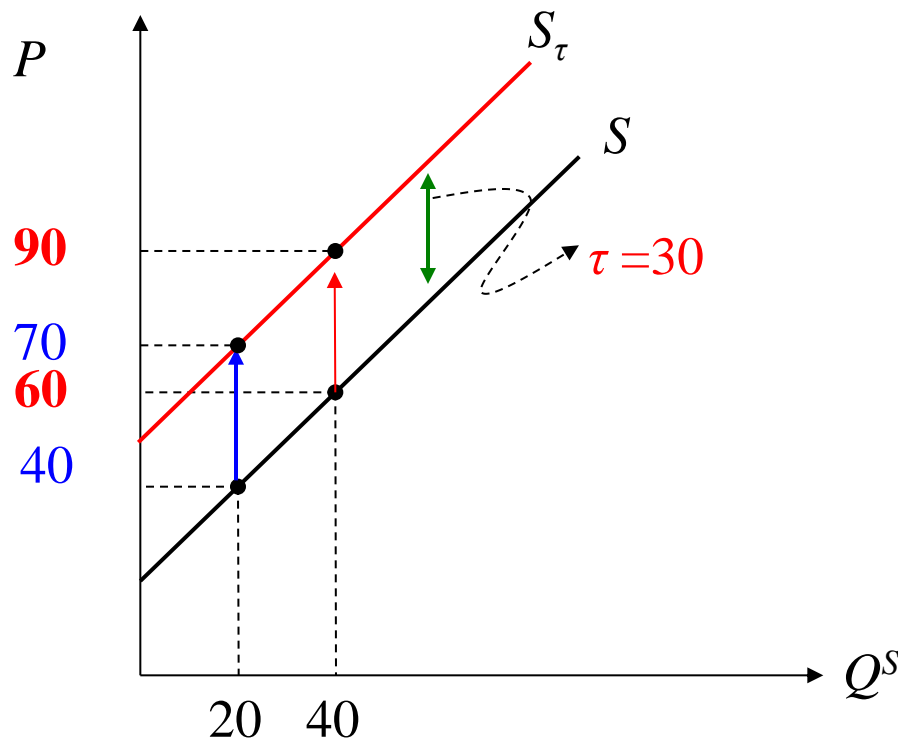
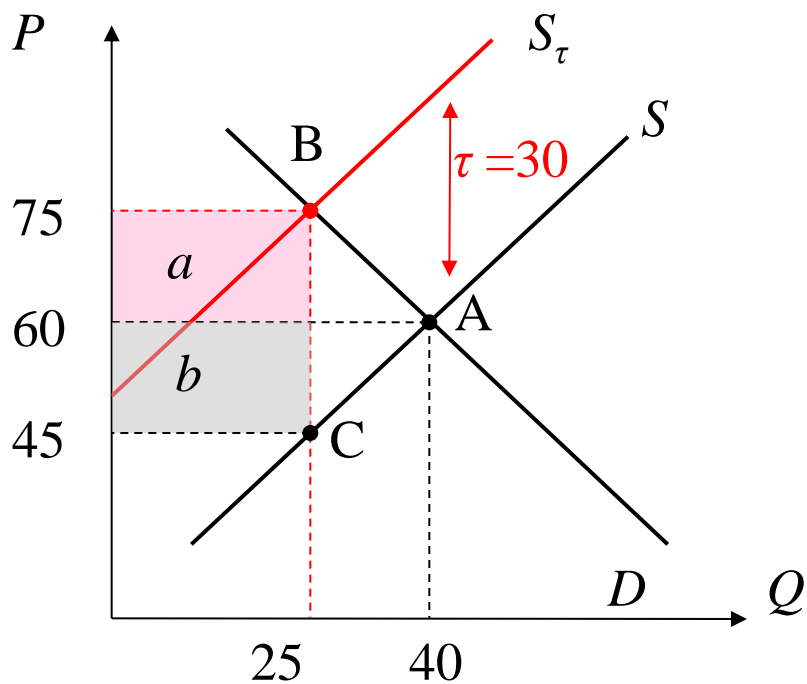


圖3-9(b)對生產者課稅，供給曲線平行上移

■ 三、對生產者課稅的效果分析

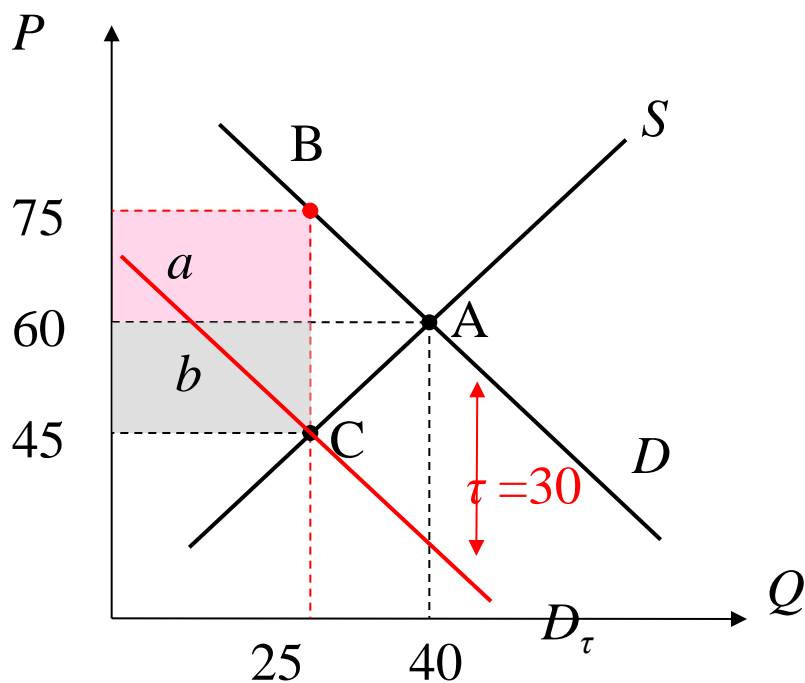
- ✓ 政府對生產者課徵銷售稅後，消費者面對之商品價格上升的部分，稱為前轉(shifting forward)；生產者自行吸收部分稅賦，稱為後轉(shifting backward)。
- ✓ 消費者與生產者所要負擔稅賦的多寡須視供、需彈性而定。



	稅前	稅後
價格	60	75
數量	40	25
消費者 負擔稅	0	375
生產者 負擔稅	0	375
政府稅收	0	750

圖3-10(a)生產者課稅之效果

四、對消費者課稅的效果分析



	稅前	稅後
價格	60	45
數量	40	25
消費者負擔稅	0	375
生產者負擔稅	0	375
政府稅收	0	750

圖3-10(b)消費者課稅之效果

- ✓ 由以上分析，我們可發現政府課徵銷售稅的效果不受到是對消費者課稅或是對生產者課稅的影響（即交易量、前、後轉程度）。

■ 四、稅的轉嫁與彈性

✓ 由圖3-11:A到B的需求點彈性與A到C的供給彈性分別如下：

$$E^D = -\frac{dQ^D}{dP} \times \frac{P}{Q^D} = -\frac{Q_\tau - Q_0}{P_\tau - P_0} \times \frac{\overline{OP_0}}{\overline{OQ_0}} = \frac{\overline{Q_\tau Q_0}}{\overline{P_\tau P_0}} \times \frac{\overline{OP_0}}{\overline{OQ_0}} \quad (3-18a)$$

$$E^S = \frac{dQ^S}{dP} \times \frac{P}{Q^S} = \frac{Q_\tau - Q_0}{P_1 - P_0} \times \frac{\overline{OP_0}}{\overline{OQ_0}} = \frac{\overline{Q_\tau Q_0}}{\overline{P_1 P_0}} \times \frac{\overline{OP_0}}{\overline{OQ_0}} \quad (3-18b)$$

✓ 將(3-18a)/(3-18b)可得單位前轉、單位後轉的比值與供、需彈性之關係如下：

$$\frac{E^D}{E^S} = \frac{\overline{P_1 P_0}}{P_\tau P_0} = \frac{\text{單位後轉}}{\text{單位前轉}} \quad (3-19)$$

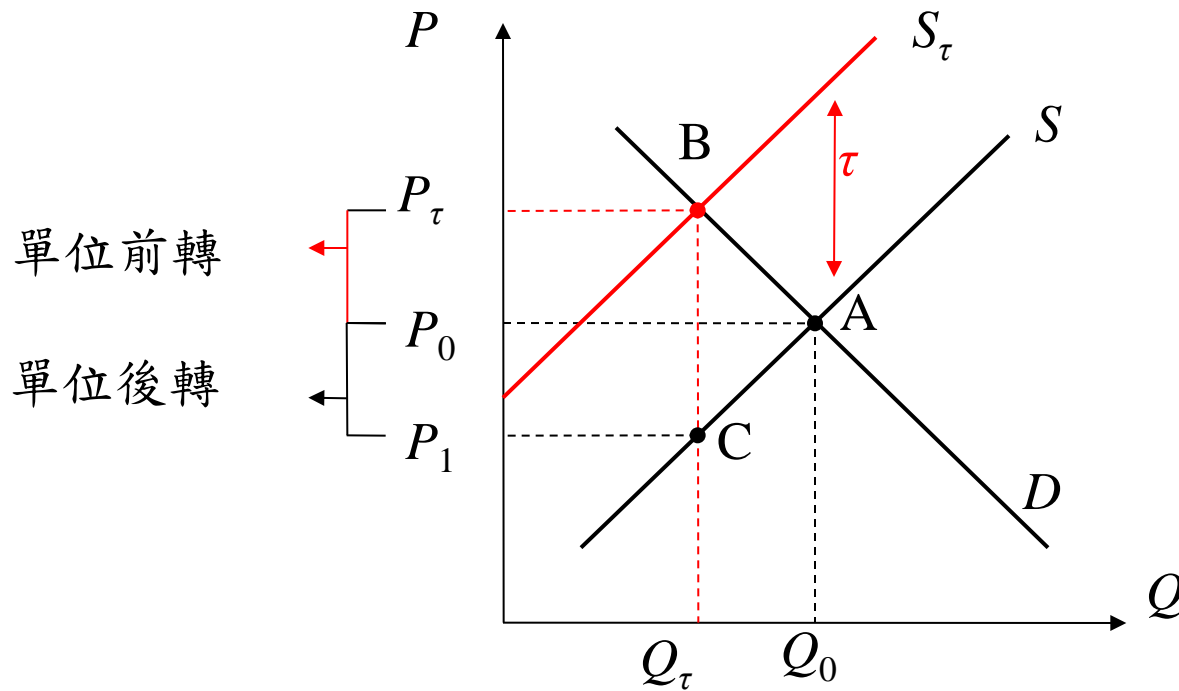
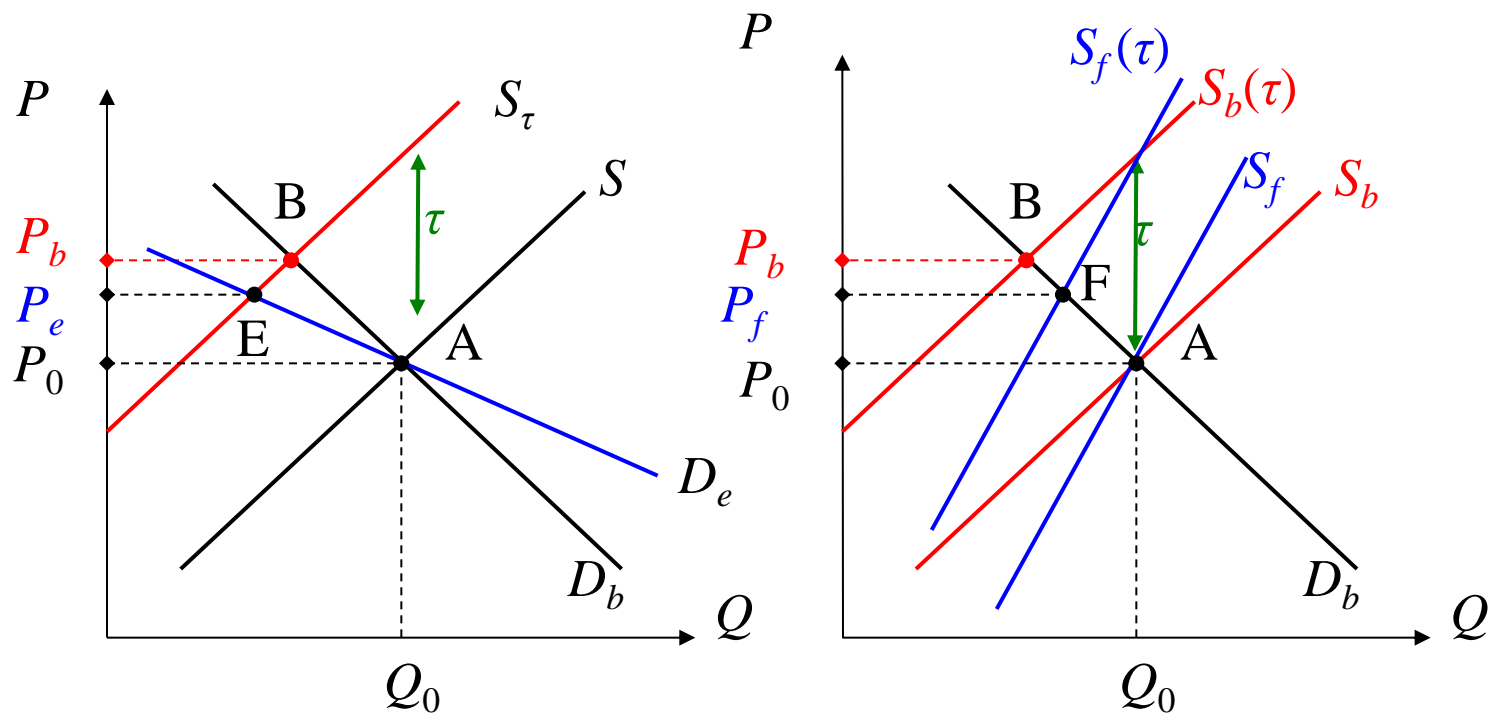


圖3-11 銷售稅的轉嫁比例

結論：

- ✓ 需求彈性與供給彈性的相對大小決定了消費者與生產者負擔稅的比例。
- ✓ 需求彈性愈大，前轉便愈小(圖3-12a)。
- ✓ 供給彈性愈大，後轉便愈小(圖3-12b)。



(a) E^D 愈大，前轉愈小

(b) E^S 愈大，後轉愈小

圖3-12 銷售稅之課稅效果與供需彈性

□ 例3-6

(a) 已知 X 商品的需求不富彈性，而供給富於彈性，那麼政府對此商品課徵 τ 元的從量稅後，是消費者還是生產者負擔的稅較多？

□ 例3-6

(b) 假設國內筆記型電腦市場的供給與需求函數分別如下：

供給函數 $P=60+2Q$ ，需求函數 $P=300-Q$

假設財政部決定對每部筆記型電腦課徵從量稅15元，試計算：財政部針對筆記型電腦課徵從量稅之前與之後，市場均衡價格與數量分別為何？

【94身心】

第八節 市場彈性與個別彈性

$$q_i^D = q_i^D(P) \Rightarrow \text{水平相加} \Rightarrow Q^D = \sum_{i=1}^n q_i^D(P) = Q^D(P)$$

將上是左右先對 P 微分，再乘以 (P/Q^D) 可得：

$$\frac{dQ^D}{dP} \times \frac{P}{Q^D} = \sum_{i=1}^n \frac{dq_i^D}{dP} \times \frac{P}{Q^D} = \sum_{i=1}^n \frac{dq_i^D}{dP} \times \frac{P}{q_i^D} \frac{q_i^D}{Q^D}$$

$$\Rightarrow E^D = \sum_{i=1}^n \alpha_i e_i^D = \alpha_1 e_1^D + \dots + \alpha_n e_n^D \qquad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$$

上式即為市場需求彈性與個別彈性需求彈性之關係。

- ✓ 由(3-24)式可知：市場需求彈性等於個別需求彈性的加權平均數。同樣的方式處理，我們可得：市場供給彈性等於個別供給彈性的加權平均數，即：

$$E^S = \sum_{i=1}^n \beta_i e_i^S = \beta_1 e_1^S + \dots + \beta_n e_n^S \qquad \sum_{i=1}^n \beta_i = 1$$